HENRI DESARCES ✠
INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES — EX-PROFESSEUR A L'ASSOCIATION PHILOTECHNIQUE
ET A L'ÉCOLE D'ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE DE PARIS

NOUVELLE ENCYCLOPÉDIE PRATIQUE DE MÉCANIQUE ET D'ÉLECTRICITÉ

PUBLIÉE AVEC LA COLLABORATION DE

MM. CANAT M., Ingénieur électricien.
CHARRON E., Ingénieur des Arts et Métiers.
COUTURIER G., O ✠ Ingénieur agronome; Licencié ès sciences; Professeur à l'École d'Électricité Industrielle de Paris.
DANTY-LAFRANCE L., ✠ Ingénieur des Arts et Manufactures; Licencié en Droit.
de MASSIAS DE BONNE A., Ingénieur diplômé de l'École Supérieure d'Électricité, Chef de Travaux pratiques à l'École d'Électricité Industrielle de Paris.
DESARCES R., ✠ Ingénieur mécanicien.
DONADEY H., Ingénieur des Arts et Manufactures.
DOZOUL A., Ingénieur des Arts et Manufactures.

MM. FISCHESSER M., ✠ I, Ingénieur des Arts et Manufactures, Secrétaire général des Associations françaises des propriétaires d'appareils à vapeur.
FRANÇOIS E., Ingénieur électricien, Professeur d'Électricité industrielle.
JOUASSAIN R., ✠ ✠ Ingénieur des Arts et Métiers, Secrétaire technique (Section de Mécanique) à la Société des Ingénieurs civils de France; Constructeur d'appareils de levage, manutention mécanique et transport.
LEFAY A., ✠ Ingénieur des Arts et Manufactures.
LESOUPLE E., ✠ Ingénieur des Arts et Manufactures, ancien Directeur d'Usines.
PIRONNEAU E., ✠ Ingénieur des Arts et Manufactures.

TOME I

LIBRAIRIE ARISTIDE QUILLET
278, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 278
PARIS (VIIe)

CHAPITRE III

Instruments à calculer

RÈGLES A CALCUL — RÈGLE MANNHEIM — OPÉRATIONS ARITHMÉTIQUES, TRIGONOMÉTRIQUES, LOGARITHMIQUES — MACHINES A CALCULER, GENRE THOMAS, ODHNER, BOLLÉE MACHINES A TOUCHES — ARITHMOMÈTRE ÉLECTROMÉCANIQUE TORRÈS — MACHINES ALGÉBRIQUES

Règles à calcul

202. PRINCIPE. — Le principe d'établissement des règles à calcul est basé sur la propriété des logarithmes que nous avons énoncée précédemment (N° 169), à savoir que le logarithme d'un produit a b est égal à la somme des logarithmes des facteurs a et b:

$$\log\ a\,b = \log\ a + \log.\ b$$

La première règle à calcul logarithmique est due au mathématicien anglais GUNTER, qui, en 1625, eut l'idée de tracer sur une règle des graduations proportionnelles aux logarithmes des nombres. C'est en France, en 1820, que LENOIR GRAVET construisit le prototype des règles à calcul rectilignes, composées d'une *règle* portant une rainure dans laquelle peut glisser une *réglette* (fig. 689). En 1851, un Français, MANNHEIM, lieutenant d'artillerie à Metz, perfectionna la règle Lenoir de façon à permettre d'exécuter un très grand nombre de calculs pratiques avec une assez grande précision.

Les règles à calcul dérivant de la règle Mannheim sont les plus couramment employées; aussi expliquons-nous ci-après le maniement de cet instrument. Mais, signalons qu'on a imaginé depuis quelques années d'autres règles dans le but de simplifier les procédés opératoires ; nous citons en particulier celle de M. A. BEGHIN.

Enfin, il existe des règles à calcul circulaires qui se composent de deux disques concentriques indépendants: on les dénomme *cercles à calcul;* elles reposent sur le même principe fondamental que celui des règles.

Règle Mannheim

Nous allons citer les termes mêmes dans lesquels MANNHEIM s'est exprimé dans son «Instruction» de décembre 1851 sur la règle à calcul. Nous compléterons ces explications par quelques exercices pratiques qui permettront au lecteur de se rendre compte sur des exemples de l'utilité et de la commodité d'emploi de cet instrument. Nous supposerons bien entendu que le lecteur a entre les mains une règle à calcul genre Mannheim, de façon qu'il effectue lui-même ces exercices.

203. DESCRIPTION. GRADUATIONS. LECTURE (fig. 689 à 692). MANNHEIM s'exprime ainsi :

«Les divisions de la partie supérieure de la règle (c'est-à-dire les divisions placées au-dessus de la réglette) constituent deux échelles identiques et consécutives.

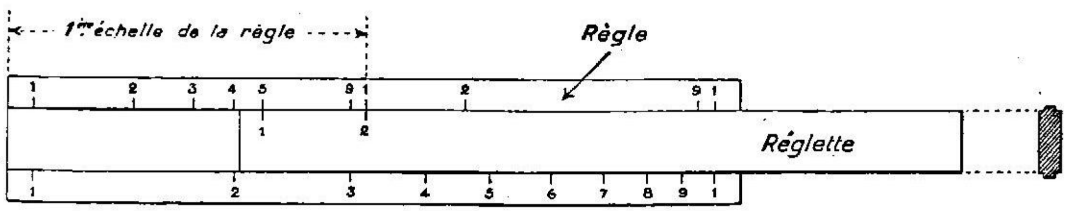

Fig. 689

«La portion depuis 1 gauche jusqu'à 1 milieu, constitue la première échelle[1]. Cette portion étant prise pour unité de longueur, on a porté les longueurs, 1—2, 1—3, 1—4, etc., proportionnelles aux logarithmes de 2, 3, 4, etc., jusqu'à 10, qui a pour logarithme l'unité.

«Les longueurs 1—2, 2—3, etc. sont elles-mêmes divisées par le même procédé et donnent, par exemple, entre 2 et 3, les logarithmes des nombres tels que 21, 22, 23, etc. On peut continuer de même manière, mais on est bientôt arrêté, parce que les traits ainsi obtenus finissent par trop se rapprocher.

«On doit imaginer par la pensée l'intervalle compris entre les deux traits consécutifs, divisé de la même manière que précédemment.

[1]) Ou échelle de gauche.

Dans tout triangle, on a donc bien

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Autres relations dans les triangles. — I. Soit S la surface d'un triangle; on a les égalités

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}\, a\, b \sin C \\ S = \frac{1}{2}\, b\, c \sin A \\ S = \frac{1}{2}\, c\, a \sin B \end{cases}$$

En effet, considérons le triangle A B C (fig. 686 ou 687) de hauteur $AD = h$. On sait que $S = \frac{a\,h}{2}$. Or $h = b \sin C$, donc $S = \frac{1}{2}\, a\, b \sin C$.

On trouverait de même les deux autres égalités.

II. Reprenons la relation

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \cos A$$

On sait que

$$2 \cos^2 \frac{A}{2} = 1 + \cos A \quad \text{et} \quad 2 \sin^2 \frac{A}{2} = 1 - \cos A$$

Donc $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \left(2 \cos^2 \frac{A}{2} - 1\right)$

et $\quad a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,c \left(1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2}\right)$

On en tire $\quad a^2 = (b + c)^2 - 4\,b\,c \cos^2 \frac{A}{2}$

$$a^2 = (b - c)^2 + 4\,b\,c \sin^2 \frac{A}{2}$$

soit : $\quad \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{(b + c + a)\,(b + c - a)}{4\,b\,c}$

$$\sin^2 \frac{A}{2} = \frac{(a + b - c)\,(a + c - b)}{4\,b\,c}$$

Désignons le périmètre du triangle par 2 p:

on a
$$\begin{aligned} a + b + c &= 2\,p \\ a + b - c &= 2\,(p - c) \\ b + c - a &= 2\,(p - a) \\ a + c - b &= 2\,(p - b) \end{aligned}$$

Les formules donnant $\cos^2 \frac{A}{2}$ et $\sin^2 \frac{A}{2}$ deviennent alors :

$$\begin{cases} \cos^2 \frac{A}{2} = \frac{p\,(p - a)}{b\,c} \\ \sin^2 \frac{A}{2} = \frac{(p - b)\,(p - c)}{b\,c} \end{cases}$$

d'où
$$\begin{cases} \cos \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p\,(p - a)}{b\,c}} \\ \sin \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b)\,(p - c)}{b\,c}} \\ \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b)\,(p - c)}{p\,(p - a)}} \end{cases}$$

Les formules sont analogues pour les lignes trigonométriques des arcs $\frac{B}{2}$ et $\frac{C}{2}$.

III. *Autre expression de la surface S.* De la relation $\quad S = \frac{1}{2}\, b\, c \sin A$

on tire $\quad S = b\, c \sin \frac{A}{2} \cos \frac{A}{2}$

d'où $\quad S = b\, c \sqrt{\frac{p\,(p - a)\,(p - b)\,(p - c)}{b^2\, c^2}}$

et enfin $\quad S = \sqrt{p\,(p - a)\,(p - b)\,(p - c)}$

IV. *Rayons des cercles inscrit, exinscrit, circonscrit :*

Soient r, le rayon du cercle inscrit,

r_a, r_b, r_c les rayons des cercles exinscrits dans les angles A, B, C,

R le rayon du cercle circonscrit.

On démontre en géométrie que

$$S = p\,r\,, \quad S = (p - a)\, r_a\,, \quad S = (p - b)\, r_b \quad \text{et} \quad S = (p - c)\, r_c$$

Donc $\quad r = \frac{S}{p} = \sqrt{\frac{(p - a)\,(p - b)\,(p - c)}{p}}$

$$r_a = \frac{S}{p - a} = \sqrt{\frac{p\,(p - b)\,(p - c)}{p - a}} = p \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

etc. . . .

D'autre part

$$\frac{a}{\sin A} = 2\,R = \frac{a\,b\,c}{b\,c \sin A} = \frac{a\,b\,c}{2\,S}$$

Donc $\quad R = \frac{a\,b\,c}{4\,S}$

V. *Autres formules donnant* $\operatorname{tg} \frac{A}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{B}{2}$, $\operatorname{tg} \frac{C}{2}$ *en fonction du rayon du cercle inscrit.*

On a $\quad \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p - b)\,(p - c)}{p\,(p - a)}}$

$$= \frac{1}{p - a} \sqrt{\frac{(p - a)\,(p - b)\,(p - c)}{p}}$$

soit, d'après ce qui précède :

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{p - a} \\ \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r}{p - b} \\ \operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r}{p - c} \end{cases}$$

On remarquera qu'entre 1.1 et 1.2, 1.2 et 1.3 ... 1.9 et 2 on n'a mis que 5 divisions; chacune d'elles vaut donc deux dixièmes. Dans les calculs avec la règle, on pourra ne jamais s'inquiéter de l'ordre décimal à cause de la propriété des caractéristiques; cette propriété permet au trait gauche de représenter 1 — 10 — 100 — 1000 — 0,1 — 0,01, etc. puisqu'on peut supposer à gauche ou à droite de la règle autant d'unités que l'on voudra.

«D'après cela, un nombre quelconque pourra être lu sur la première échelle.

«La partie inférieure de la règle contient une seule échelle, *double*, par conséquent, de la première échelle.

«La réglette contient sur sa face les mêmes échelles que la règle, placées de la même manière.»

Nous ajoutons que pour la facilité des opérations, on se sert d'un *curseur* (fig. 691) glissant sur les côtés de la règle et qui porte une tion, on ajoute soit 0,2, soit 0,5, soit 0,8 de la valeur de l'intervalle de deux divisions, suivant que le trait du curseur se place dans la partie de gauche, dans la partie centrale ou dans la partie de droite de cet intervalle.

Par construction, les graduations inférieures de la règle et de la réglette sont le double des graduations supérieures, de sorte que les approximations que l'on obtient sont deux fois plus grandes avec les échelles inférieures qu'avec les échelles supérieures.

C'est pourquoi, ainsi que nous allons le montrer, *il y a intérêt à se servir des échelles inférieures toutes les fois qu'on le peut,* mais ce que nous dirons s'applique aussi bien aux échelles supérieures.

Le revers de la réglette (fig. 692) porte trois échelles: sur l'un des bords, l'échelle marquée S est l'*échelle des sinus;* sur l'autre bord, l'échelle marquée T est l'*échelle des tangentes;* enfin, entre les deux se trouve l'*échelle des lo-*

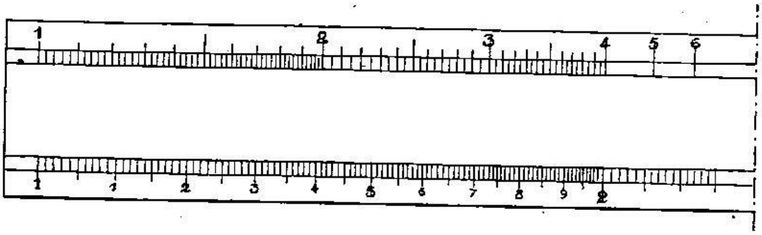

Fig. 690

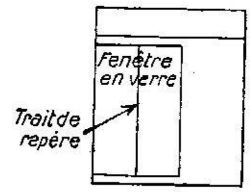

Fig. 691

fenêtre en verre divisée par un trait perpendiculaire à l'axe de la règle (ou deux dents munies d'un trait de repère ou index, ces deux index étant situés sur une même ligne droite normale à la longueur de la règle).

Le trait du curseur permet de mettre vis-à-vis l'un de l'autre un nombre lu sur la règle et un autre nombre lu sur la réglette, et de faire correspondre les nombres de l'échelle inférieure avec ceux de l'échelle supérieure, et réciproquement.

Pour lire un nombre sur l'une des graduations, le plus simple est *d'épeler successivement de gauche à droite les chiffres qui composent ce nombre en commençant par le premier chiffre significatif.* Ainsi, pour lire ou *garithmes des nombres.* Nous expliquons plus loin comment on utilise ces échelles. Deux échancrures E et E' pratiquées aux deux extrémités du fond de la règle portent des traits de repère, visibles lorsqu'on retourne la règle, et qui servent à déterminer les sinus, les tangentes et les logarithmes.

Pour terminer cette description, nous empruntons à Mannheim les renseignements suivants qu'il donne dans son instruction.

«*Divisions en millimètres.* L'échelle placée sur la face opposée du biseau est aussi divisée en millimètres; elle commence à l'extrémité de la règle; cela est indispensable pour mesurer certaines dimensions.

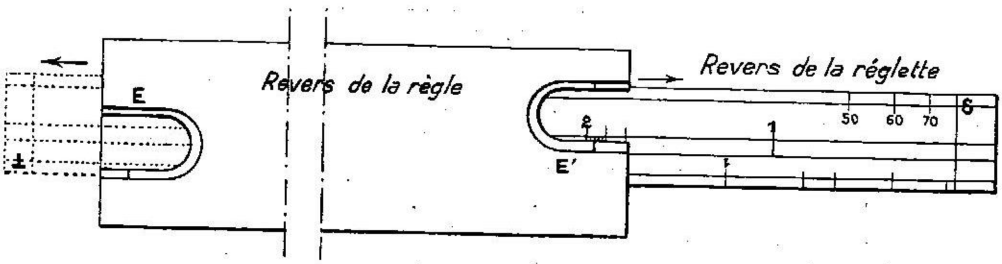

Fig. 692

pour indiquer le nombre 1.537, on énonce: un, cinq, trois, sept, et on remarque qu'il a pour valeur $1{,}537 \times 10^3$. De même, 0,01537 s'épèle: un, cinq, trois, sept et a pour valeur $1{,}537 \times 10^{-2}$.

Lorsqu'on doit lire ou indiquer sur une graduation de la règle ou de la réglette un nombre compris entre deux traits de la gradua-

Pour les longueurs qui dépassent 0 m. 28, on les mesure en allongeant la règle au moyen de la réglette, que l'on sort plus ou moins de sa coulisse. La longueur est lue à l'extrémité gauche de la réglette, dans le fond de la coulisse.

«*Chiffres au revers de la règle.* Une partie des chiffres placés sur le revers de la règle s'expliquent d'eux-mêmes. Je parlerai seulement des nombres intitulés *diviseurs*.

«Le poids d'un parallélépipède s'obtient en divisant le produit de ses trois dimensions par le nombre de la colonne *p p*, lu en regard de la substance du parallélépipède.

Le poids d'un cylindre s'obtient en divisant le produit de sa hauteur et du carré du diamètre de sa base par le nombre de la colonne *cyl*, lu en regard de la substance du cylindre.

«Le poids d'une sphère s'obtient en divisant le cube de son diamètre par le nombre de la colonne *sph*, lu en regard de la substance de la sphère.

«Si l'on n'a à trouver que les volumes, on emploiera les nombres des trois colonnes en regard de *eau*.»

On sait en effet que :

1° le volume d'un parallélépipède est $V = B\,h$ et son poids $P = B\,h \times \delta$, δ étant la densité.

Donc $P = \dfrac{B\,h}{\dfrac{1}{\delta}}$. Le diviseur est $\dfrac{1}{\delta}$.

2° pour un cylindre,

$$V = \pi r^2 h \quad \text{ou} \quad \pi \frac{d^2}{4} h, \quad \text{et} \quad P = \frac{\pi d^2 h}{4} \times \delta$$

soit $P = \dfrac{d^2 h}{\dfrac{4}{\pi \delta}}$. Le diviseur est $\dfrac{4}{\pi \delta}$.

3° pour une sphère,

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{ou} \quad \frac{4}{3} \pi \frac{d^3}{8}, \quad \text{et} \quad P = \frac{\pi d^3}{6} \delta = \frac{d^3}{\dfrac{6}{\pi \delta}}$$

Le diviseur est $\dfrac{6}{\pi \delta}$.

204. OPERATIONS ARITHMETIQUES. — Expliquons maintenant comment on effectue, au moyen de la règle à calcul, les opérations arithmétiques : multiplication, division, proportions, élévation aux puissances, extraction des racines.

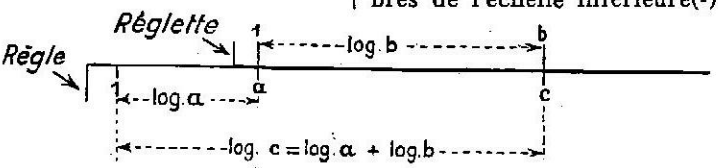

Fig. 693 a

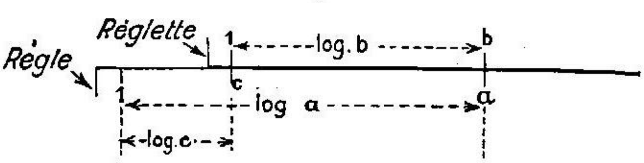

Fig. 693 b

Le mode opératoire résulte des propriétés connues des logarithmes:

1° soit $c = a\,b$, on a $\log c = \log a + \log b$ (fig. 693 a)

2° soit $c = \dfrac{a}{b}$, on a $\log c = \log a - \log b$ (fig. 693 b)

L'«Instruction de MANNHEIM est ainsi conçue :

«**Multiplication.** — On emploiera les deux échelles inférieures de la règle et de la réglette.

«Amener l'un des traits 1 de la réglette sur l'un des facteurs lu sur la règle; lire le produit sur la règle, en face de l'autre facteur lu sur la réglette. Si, en employant le trait 1 gauche le produit ne peut pas être lu sur la règle, employer le trait 1 droite. Quant au nombre des chiffres du produit, ou aura égard aux caractéristiques des logarithmes ou à la règle suivante qui revient au même :

«*Si on a employé le trait* 1 *droite de la réglette, le produit a autant de chiffres qu'il y en a dans les deux facteurs; si on a employé le trait* 1 *gauche, il a un chiffre de moins.*

« On peut aussi toujours ramener le calcul au cas où les nombres sont compris entre 1 et 10. L'opération effectuée, on replace la virgule convenablement.

«**Division.** — Le procédé est inverse de celui de la multiplication; on emploiera les mêmes échelles.

«Placer le diviseur lu sur la réglette au-dessus du dividende lu sur la règle; lire le quotient, sur la règle au-dessous de l'un des traits 1 de la réglette.

« Pour obtenir le nombre des chiffres du quotient, les procédés sont inverses de ceux de la multiplication.

«**Proportions.** — On emploie les deux échelles supérieures de la règle et de la réglette[1].

«Effectuer d'abord l'opération nécessaire pour trouver le quotient, et, sans en faire la lecture, chercher le produit de ce quotient par le 3e facteur de la proportion.

«On peut encore employer la règle suivante:

«Effectuer sur la règle ce qu'indique la proportion mise sous la forme de rapports égaux.

Soit $\dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{x}$

Placer 2 sur 3, ce qui revient à dire, placer 3 sous 2, lire x sous 4.

«**Formation des carrés. Extraction des racines carrées.** — Les nombres de l'échelle supérieure de la règle sont les carrés des nombres de l'échelle inférieure[2].

«Pour obtenir un carré ou une racine carrée, il suffit de mettre ces nombres en regard, soit au moyen du curseur, soit au moyen de l'un des traits 1 de la réglette. On peut, en renversant la réglette amener en contact

[1] Nous faisons remarquer qu'on peut utiliser les échelles inférieures, de la même façon.

[2] On voit par exemple sur la figure 689 que le trait marqué 9 de la 1re échelle de la règle est dans le prolongement du trait marqué 3 de l'échelle inférieure.

l'échelle des carrés et l'échelle des nombres. On devra observer que la valeur du trait 1 gauche de l'échelle supérieure est toujours le carré de celle du 1 gauche de l'échelle inférieure, et par suite elle ne peut être que 1, 100, 10.000, ou 0,0001, etc....

«On peut, du reste, toujours ramener l'élévation au carré d'un nombre au cas où il est compris entre 1 et 10, et l'extraction de la racine carrée au cas où il est compris entre 1 et 100.

«**Formation des cubes.** — Pour faire le cube d'un nombre, on renverse la réglette; on emploie l'échelle inférieure de la règle et ce que j'ai appelé première échelle de la réglette.

«Mettre en coïncidence les traits indiquant sur chacune de ces échelles le nombre dont on veut avoir le cube; lire ce dernier sur l'échelle supérieure de la règle, en regard du trait 1 de la réglette qui est à droite du lecteur. La valeur du 1 gauche de l'échelle supérieure de la règle est alors le cube de celle du 1 gauche de l'échelle inférieure, c'est-à-dire qu'elle ne peut être que 0,001 — 1 — 1000, etc. Le trait 1 milieu et le trait 1 droite ont des valeurs respectivement 10 et 100 fois plus grandes.

«Pour lire tous les cubes par ce procédé, il faudrait trois échelles à la partie supérieure de la règle. Les nombres qui devraient se lire sur la troisième échelle se liront sur la première (qui la remplace), en regard du trait 1 de la réglette, qui est à la gauche du lecteur; alors il faut attribuer au trait 1 gauche de l'échelle supérieure de la règle les valeurs 0,1—100, etc. du trait 1 droite qui n'est autre chose que le trait 1 gauche de la troisième échelle.

«La formation des cubes peut s'effectuer sans renverser la réglette.

«**Extraction des racines cubiques.** — Pour l'extraction de la racine cubique, le procédé est inverse: la réglette est renversée.

«Lire le nombre dont on veut avoir la racine cubique, sur l'échelle supérieure de la règle en attribuant au 1 gauche de cette échelle les valeurs 0,001 — 1 — 1000, etc..., cubes de 0,1 — 1 — 10, etc... Mettre en regard de ce nombre le trait 1 de la réglette qui est à droite du lecteur.

«Si le nombre devait être lu sur la troisième échelle dont nous avons parlé plus haut, mettre le trait 1 de la réglette, qui est à gauche du lecteur, en regard de ce nombre lu sur la première échelle. Chercher par tâtonnement le nombre dont les traits réels ou fictifs sur l'échelle inférieure de la règle et sur la première échelle de la réglette (qui se trouve ici à droite du lecteur) sont en regard.

«Ce nombre est la racine cubique cherchée.

«On peut toujours, du reste, ramener l'élévation au cube d'un nombre au cas où il est entre 1 et 10 et l'extraction de sa racine cubique au cas où il est compris entre 1 et 1000.»

205. APPLICATIONS. — Remarque générale. — Pour effectuer les produits et les quotients, il est commode de transformer tout d'abord *en unités simples* les différents facteurs qui rentrent dans les opérations. Ainsi 0,327 s'écrira $3{,}27 \times \frac{1}{10}$; 253,6 s'écrira $2{,}536 \times 10^2$. On remplacera l'opération proposée par celle où rentrent les nombres ainsi simplifiés, et qui comporte comme nouveau facteur une puissance de 10 convenable.

Multiplication. — *Principe.* — Les facteurs étant ramenés en unités simples, on opère tout d'abord sur la règle avec ces nombres, et *on multiplie le résultat lu en unités simples, par une puissance de 10 égale au nombre de fois qu'on a dû employer l'index de droite.*

Cela résulte de la règle donnée plus haut relative au nombre des chiffres du produit.

Produit de deux facteurs. — Calculer $P = 193 \times 0{,}5$.

On écrit $P = 1{,}93 \times 3{,}05 \times 10^2$.

On effectue sur la règle le produit de 1,93 par 3,05.

On obtient le nombre 5,88. Donc $P = 588$. (Le produit exact est 588,65).

Produit de plusieurs facteurs. — On écrit les facteurs en unités simples. On effectue le produit de deux facteurs sans lire le résultat, on fixe le trait au moyen du curseur, au droit duquel on amène le trait 1 (droite ou gauche) de la réglette sur laquelle on lit le facteur suivant; et ainsi de suite.

Exemple: Calculer

$$P = 21{,}7 \times 172 \times 5{,}02$$

On écrit:

$$P = 2{,}17 \times 1{,}72 \times 5{,}02 \times 10^3$$

On trouve sur la règle:

$$2{,}17 \times 1{,}72 \times 5{,}02 = 18{,}75$$

Donc

$$P = 18{,}75 \times 10^3 = 18750$$

(Le produit exact est 18736,648).

Division. — *Principe.* — On opère sur les nombres écrits en unités simples. On divise par 10 le nombre lu en unités simples, si celui-ci est en face de l'index *de droite* de la réglette.

Dans le cas de la division d'un nombre par plusieurs autres nombres, on opère de même, de sorte que le *quotient final lu en unités simples doit être divisé par une puissance de 10 égale au nombre de fois qu'on a obtenu un quotient en face de l'index de droite de la réglette.*

Exemples:

Quotient de 2 nombres:

$$Q = \frac{372}{25} \qquad Q = \frac{3{,}72}{2{,}5} \times 10$$

$$\frac{3{,}72}{2{,}5} = 1{,}488 \qquad Q = 14{,}88$$

On peut dire aussi que le nombre des chiffres du quotient est égal à la différence entre le nombre des chiffres du dividende et celui du diviseur, quand le quotient est lu sur l'index de droite de la réglette, et à cette différence augmentée de 1 quand le quotient est lu sur l'index de gauche.

Divisions successives. — Calculer

$$N = \frac{652{,}5}{5{,}3 \times 21 \times 0{,}75}$$

On écrit $N = \dfrac{6{,}525}{5{,}3 \times 2{,}1 \times 7{,}5} \times 10^2$

On effectue au moyen de la règle tout d'abord

$$\frac{6,525}{5,3}$$

sans inscrire le résultat, on place le curseur sur le trait placé en regard du 1 de la réglette (c'est 1,23). On amène en face de ce trait le chiffre 2,1 lu sur la réglette, puis le curseur sur le 1 de la réglette, (index de droite) et enfin sur le trait du curseur le chiffre 7,5 lu sur la réglette. Le résultat lu en unités simples en face de l'index de droite de cette réglette est 7,83.

Puisqu'on a été amené à considérer deux fois l'index de droite, on a, d'après le principe énoncé ci-dessus:

$$\frac{6,525}{5,3 \times 2,1 \times 7,5} = \frac{7,83}{10^2}$$

Donc, le nombre cherché N est :

$$N = 7,83 \times \frac{10^2}{10^2} = 7,83$$

Combinaison de produits et de quotients. Soit à calculer le nombre

$$N = \frac{a\ b\ c}{m\ n\ p.}$$

On effectue successivement sur la règle à calcul le quotient $\frac{a}{m}$, puis le quotient de $\frac{a}{m}$ par n, puis le produit de $\frac{a}{mn}$ par b, puis le quotient de $\frac{ab}{mn}$ par p, et ainsi de suite, en donnant ainsi le nombre minimum de mouvements à la réglette et au curseur.

Pour placer la virgule, on applique les principes indiqués pour les produits et les quotients.

Exemple : $N = \frac{271 \times 3,25 \times 12}{1,35 \times 3576 \times 0,23}$

On écrit tous les termes en nombres simples:

$$N = \frac{2,71 \times 3,25 \times 1,2}{1,35 \times 3,576 \times 2,3} \times \frac{10^3}{10^2}$$

On trouve $\frac{2,71 \times 3,25 \times 1,2}{1,35 \times 3,576 \times 2,3} = 0,955$

$$\times \frac{10}{10} = 0,955$$

et $N = 0,955 \times 10 = 9,55$

Proportions. — Soit à trouver tous les rapports égaux à $R = \frac{37,1}{0,052}$.

On écrit $R = \frac{3,71}{5,2} \times \frac{10}{10^{-2}} = \frac{3,71}{5,2} \times 10^3$

On place le nombre simple de la règle 3,71 en face du nombre simple de la réglette 5,2 et on lit les rapports égaux à R tels que

$$\frac{1425}{2} = \frac{2138}{3} = \frac{4100}{5,75} = 713$$

Carré. — *Principe.* — On lit le nombre en unités simples sur la graduation supérieure, *en le multipliant par 10, s'il est lu sur l'échelle de droite.*

Calculer $N = (0,632)^2$

Ecrivons $0,632 = 6,32 \times \frac{1}{10}$

et $(0,632)^2 = (6,32)^2 \times \frac{1}{100}$

Au nombre 6,32 lu sur la graduation inférieure de la règle correspond sur l'échelle supérieure *de droite*, le nombre 3,99; le carré de 6,32 *s'obtient en multipliant ce résultat par* 10, ce qui donne 39,9.

On a donc $N = \frac{39,9}{100} = 0,399$

Lorsque le carré s'obtient sur l'échelle de gauche, on prend le nombre lu en unités simples. Ainsi $(2,5)^2 = 6,25$.

On peut effectuer d'un seul mouvement de règle le produit d'un carré par un nombre en se servant de l'échelle supérieure de la règle. Le produit lu en unités simples doit être multiplié par 10 lorsque ce ne sont pas les mêmes échelles de la règle et de la réglette qui se correspondent.

Cube. — On a $N^3 = N^2 \times N$.

Il suffit d'effectuer comme nous venons de l'indiquer le produit du carré N^2 par le nombre N.

Soit à calculer $(0,42)^3$

On écrit $0,42 = 4,2 \times \frac{1}{10}$

et $(0,42)^3 = (4,2)^3 \times \frac{1}{10^3}$

On lit $(4,2)^3 = 7,4 \times 10 = 74$

$$(0,42)^3 = 74 \times \frac{1}{10^3} = 0,074$$

On peut effectuer le cube d'un nombre en renversant la réglette comme l'indique Mannheim dans son Instruction (voir ci-dessus).

Racine carrée. — Il faut tout d'abord simplifier le nombre *en faisant apparaître les puissances de* 10: *les puissances paires correspondent à l'échelle supérieure de gauche de la règle et les puissances impaires à l'échelle supérieure de droite.* Puis on effectue l'opération inverse de celle du carré.

1^er^ *exemple.* Calculer $\sqrt{42,3}$

On écrit $42,3 = 4,23 \times 10$

Le nombre lu sur l'échelle inférieure de la règle et qui correspond à 4,23 lu sur l'échelle supérieure *de droite,* donne 6, 5, et l'on a

$$\sqrt{42,3} = 6,5$$

2^e^ *exemple.* Calculer $\sqrt{287}$

On écrit $287 = 2,87 \times 10^2$

Le nombre lu sur l'échelle inférieure de la règle et qui correspond à 2,87 lu sur l'échelle supérieure de gauche donne 1,695, et l'on a

$$\sqrt{287} = \sqrt{2,87} \times \sqrt{10^2} = 1,695 \times 10 = 16,95$$

3^e^ *exemple.* Calculer $\sqrt{0,164}$

On écrit $0,164 = 1,64 \times \frac{1}{10} = (1,64 \times 10) \times \frac{1}{10^2}$

et $\sqrt{0,164} = \sqrt{1,64 \times 10} \times \frac{1}{10}$

On effectue $\sqrt{1,64 \times 10}$ comme dans le 1er exemple, et l'on trouve 4,05

On a donc $\sqrt{0,164} = 4,05 \times \frac{1}{10} = 0,405$

Racine cubique. — On ramène le nombre à être compris, soit entre 0 et 10, soit entre 10 et 100, soit entre 100 et 1.000. On renverse la réglette; puis on place l'index de droite ou de gauche de la réglette sur le nombre donné lu sur l'échelle supérieure de gauche ou de droite de la règle, conformément aux indications ci-dessous; enfin on cherche sur les graduations inférieures de la règle et de la réglette (ainsi placée) les traits dans les prolongements l'un de l'autre qui représentent le même nombre.

L'index de la réglette et l'échelle supérieure de la règle, qu'il faut adopter, sont les suivants :

Nombre compris entre	Réglette	Règle
	Index	Echelle
1 et 10	de droite	de gauche
10 et 100	de droite	de droite
100 et 1000	de gauche	de gauche

Dans le dernier cas, on cherche la coïncidence des traits réels ou fictifs sur l'échelle inférieure de la règle et sur la première échelle de la réglette, échelle qui est placée ici à droite du lecteur.

1er *exemple.*

Calculer $\sqrt[3]{2}$. On trouve $\sqrt[3]{2} = 1,26$

2e *exemple.*

Calculer $\sqrt[3]{27}$. On trouve $\sqrt[3]{27} = 3$

3e *exemple.*

Calculer $\sqrt[3]{457}$. On trouve $\sqrt[3]{457} = 7,77$

4e *exemple.*

Calculer $\sqrt[3]{3525}$. On écrit

$$3525 = 3,525 \times 10^3$$

et
$$\sqrt[3]{3525} = \sqrt[3]{3,525} \times 10 = 1,52 \times 10 = 15,2$$

206. OPERATIONS SUR LES LIGNES TRIGONOMETRIQUES. — L'Instruction de MANNHEIM, est ainsi conçue:

«*Sinus. Tangentes.* — L'échelle S du revers de la réglette est l'échelle des sinus.

«Les longueurs, comptées à partir de l'extrémité gauche de cette échelle jusqu'à 1, 2, 3, etc., représentent les logarithmes des sinus naturels des angles de 1°, 2°, 3°, etc., mesurés dans une circonférence de rayon 100.

«Le dernier trait à droite correspond à sin 90°.

«Le premier trait à droite, à l'extrémité gauche de l'échelle correspond à sin 40'.

«L'échelle T, l'échelle des tangentes, est construite de la même manière.

«On met l'échelle dont on veut se servir en contact avec l'échelle supérieure de la règle.

«Si l'on fait coïncider les extrémités des échelles S ou T avec les extrémités de l'échelle supérieure, on lira en face des traits 1, 2, 3, etc., les sinus ou les tangentes de ces angles.

«En attribuant au trait 1 gauche de l'échelle supérieure de la règle la valeur 0,01, et par suite au trait 1 droite la valeur 1, on aura les valeurs des lignes trigonométriques dans une circonférence de rayon 1.

«On obtiendra la valeur des tangentes des angles plus grands que 45° en divisant 1 par la tangente de l'angle complémentaire.

«Ces échelles sont employées dans les calculs où il entre des lignes trigonométriques de la même manière que les échelles ordinaires des nombres. Soit 38 × sin 15°: amener l'une des extrémités de l'échelle des sinus sous 38. lire le produit sur l'échelle supérieure de la règle en regard du trait correspondant à sin 15°. (1)

«Sur la première échelle de la réglette on a placé deux traits indiquant les nombres 3439 et 206.000. Le premier, accompagné de ' correspond au logarithme de $\frac{1}{\sin 1'}$; le second. accompagné de " correspond au logarithme de $\frac{1}{\sin 1''}$. En admettant que les sinus des angles très petits soient proportionnels aux angles, on obtiendra facilement les sinus des angles très petits au moyen de ces traits.

«Soit à chercher sin 19': on placera en regard du nombre 19 lu sur l'échelle supérieure de la règle le trait accompagné de '. On lira au-dessus de 1, milieu de l'échelle supérieure de la réglette, la valeur de sin 19' (2). Si l'on avait à effectuer le produit de sin 19' par 4, on lirait immédiatement ce produit au-dessus du 4 lu sur l'échelle supérieure de la réglette.

«Le tableau suivant pourra être utile.

		Caract. négative
Sinus ou tangentes	1"	— 6
id.	3"	— 5
id.	21"	— 4
id.	3'27"	— 3
id,	34'23"	— 2

«On doit comprendre sur ce tableau qu'entre sin 21" et sin 3' 27" exclusivement, les sinus ont pour caractéristique —4.

«Les traits dont nous venons de parler pourront être employés pour les sinus et les tangentes d'angles compris contre 0° et 3°.

207. APPLICATIONS. — On obtient directement sur la règle à calcul les *sinus* des angles compris

entre 34' 23",7 et 90°

et les *tangentes* des angles compris

entre 34' 23",7 et 45°.

Pour les angles compris entre 0° et 34'23",7 on applique la règle de proportionnalité des sinus et des tangentes des angles très petits à ces angles eux-mêmes; on admet ainsi que les arcs qui mesurent les angles sont égaux à leurs sinus et à leurs tangentes. Nous donnons plus loin des exemples (voir «*Cas des petits*

(1) On trouve 9,85 (voir l'exemple donné au N° 207).

(2) On trouve sin 19' = 0,00553 (voir l'exemple donné au N° 207).

angles») pour montrer comment on doit opérer dans ce cas avec la règle à calcul.

Pour calculer les sinus des angles supérieurs à 90°, on applique la relation

$$\sin x = \sin (\pi - x)$$

Ainsi $\sin 125° = \sin 180° - 125°$
$= \sin 55°$

Pour calculer les tangentes des angles supérieurs à 45°, on applique la relation

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{cotg} (90° - x) = \frac{1}{\operatorname{tg} (90° - x)}$$

ou si l'on veut, la relation

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} (45° + a) = \operatorname{cotg} (45° - a) = \frac{1}{\operatorname{tg} (45° - a)}$$

en posant $x = 45° + a$.

Pour déterminer le *cosinus* d'un angle, on détermine le sinus de l'angle complémentaire, car on sait que

$$\cos x = \sin \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

Ainsi $\cos 72° 15' = \sin (90° - 72° 15')$
$= \sin 17° 45'$

car $90° = 89° 60'$
et $89° 60' - 72° 15' = 17° 45'$

De même $\cos 100° = \sin (- 10°)$
$= - \sin 10°$

Enfin, on calcule les *cotangentes*, d'après la relation connue:

$$\operatorname{cotg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$$

Opérations sur les sinus. — *Pour les sinus qui tombent dans l'échelle de gauche de la règle, le premier chiffre lu exprime les centièmes et pour ceux qui tombent dans l'échelle de droite, le premier chiffre lu exprime les dixièmes.*

EXEMPLES. — 1° *Trouver le sinus d'un angle:*

Angles	Sinus lus sur la règle à calcul
3° 10′	$5{,}5 \times \frac{1}{100} = 0{,}055$
21° 10′	$3{,}61 \times \frac{1}{10} = 0{,}361$

2° *Inversement, trouver l'angle dont on donne le sinus:*

Sinus	Angles lus sur la règle à calcul
0,5	30°
0,05	2° 52′
0,125	7° 11′
0,215	12° 24′

On remarque dans le dernier exemple que les intervalles entre deux traits représentent 20′ et qu'on doit apprécier les 0,2 de l'intervalle, soit $0{,}2 \times 20' = 4'$.

3° *Calculer* $P = 0{,}0328 \times \sin 8° 15'$.

On remarque tout d'abord que sin 8° 15′ est voisin du nombre 0,14, donc le produit P est voisin de:

$$3{,}28 \times \frac{1}{100} \times 1{,}4 \times \frac{1}{10}$$

c'est-à-dire de $3{,}28 \times 1{,}4 \times \frac{1}{10^3}$

Le produit de 3,28 par 1,4 n'a qu'un chiffre avant la virgule; par suite on lit directement ce résultat sur la règle en amenant l'extrémité gauche de l'échelle des sinus sous 3,28 de l'échelle de gauche de la règle et en cherchant le trait en regard de celui correspondant à sin 8° 15′. On lit 4,7.

Donc $P = 4{,}7 \times \frac{1}{10^3} = 0{,}0047$

4° *Calculer* $P = 38 \times \sin 15°$.

On remarque que sin 15° est voisin de 0,26, donc le produit par 38 n'a qu'un chiffre exact avant la virgule. On lit directement, comme ci-dessus: $P = 9{,}85$.

Autre procédé pour trouver un sinus. — On ne retourne pas la réglette qui reste dans sa position ordinaire le recto en dessus. On *retourne* la règle et on fait glisser la réglette à droite pour mettre en concordance le trait qui indique l'angle sur l'échelle des sinus, avec le repère supérieur de l'échancrure de droite.

Puis on retourne l'ensemble dans la position obtenue, et *on lit la valeur du sinus sur la graduation supérieure de la réglette, en regard de l'index de droite de la graduation supérieure de la règle.*

Le lecteur pourra s'exercer à traiter les exercices précédents er employant ce procédé.

Dans le 2e exemple ci-dessus, on voit qu'après avoir lu sin 8° 15′ = 0,143, il faut figurer ce nombre sur la règle au moyen du curseur pour en effectuer le produit par 0,0328. On peut se servir alors des graduations inférieures de la règle et de la réglette.

Opérations sur les cosinus. — Nous rappelons qu'on remplace le cosinus par le sinus de l'angle complémentaire.

1° *Calculer cos* 30°.

On a $\cos 30° = \sin (90° - 30°) = \sin 60°$. On trouve 0,865.

2° *Calculer cos* 72° 15′.

On a $\cos 72° 15' = \sin (90° - 72° 15')$
$= \sin 17° 45'$

On trouve 0,305.

Opérations sur les tangentes et les cotangentes. — Pour trouver les tangentes, on adopte les mêmes principes que ceux indiqués pour les sinus, mais en opérant avec l'échelle des tangentes, marquée T, qu'on amène en regard de la graduation supérieure de la règle.

Pour les tangentes qui tombent dans l'échelle de gauche de la règle, le premier chiffre lu exprime les centièmes; pour celles qui tombent dans l'échelle de droite, le premier chiffre lu exprime les dixièmes.

EXEMPLES. — 1° *Tangentes d'angles inférieurs à 45°.*

Angles	Tangentes lues sur la règle à calcul
1° 35′	$2{,}76 \times \frac{1}{100} = 0{,}0276$
4°	$7 \times \frac{1}{100} = 0{,}07$
6°	$1{,}05 \times \frac{1}{10} = 0{,}105$
15°25′	$2{,}75 \times \frac{1}{10} = 0{,}276$
30°	$5{,}78 \times \frac{1}{10} = 0{,}578$

2° *Calculer* $P = 35{,}7 \times \text{tg}\ 15°25'$.
Le produit P s'écrit

$$3{,}57 \times 10 \times 2{,}75 \times \frac{1}{10}$$

Il n'a donc qu'un seul chiffre avant la virgule. On lit directement

$$P = 9{,}85$$

en plaçant l'index de gauche de la réglette en regard du nombre 5,57 lu sur l'échelle de gauche de la règle.

3° *Calculer* $Q = \frac{0{,}54}{\text{tg.}\ 40°}$

On place le trait 40 de la réglette en face de 5,4 de la règle de façon à lire le trait en face de l'index de droite de la réglette, soit 6,42. Mais on a remarqué d'abord que tg 40° vaut 0,84

Donc on peut écrire $Q = \frac{5{,}4}{8{,}4} \times \frac{10^{-1}}{10^{-1}} \times \frac{5{,}4}{8{,}4}$

Donc le quotient cherché est

$$Q = 0{,}642$$

4° *Calcul d'une cotangente.* — On effectue la division $\frac{1}{\text{tg}\ x}$ (voir les exemples ci-après à 5°).

5° *Tangentes d'angles supérieurs à 45°.*

Angles x	$\frac{1}{\text{tg}\,(90-x)}$ lus sur la règle à calcul
50°	$\frac{1}{\text{tg}\ 40°} = 1{,}19$
57° 10′	$\frac{1}{\text{tg}\ 32°\,50'} = 1{,}55$
60°	$\frac{1}{\text{tg}\ 30°} = 1{,}73$

6° *Angle dont la tangente est donnée.* — L'opération est inverse de celle exécutée pour trouver la tangente d'un angle donné.

Ainsi, soit $\text{tg}\ x = 0{,}7$
on a $x = 35°$

De même à $\text{tg}\ x = 0{,}07$,
correspond $x = 4°$.

Autre procédé pour trouver les tangentes et les cotangentes. — Comme pour les sinus, on ne retourne pas la réglette, mais on *retourne* la règle et on fait glisser la réglette vers la gauche pour mettre en concordance le trait qui indique l'angle, sur l'échelle des tangentes, avec le repère inférieur de l'échancrure de gauche. Puis on retourne l'ensemble dans la position obtenue. Dans cette position, on lit: 1° *la valeur de la tangente de l'angle sur la graduation supérieure de la règle, en regard de l'index de droite de la graduation supérieure de la réglette.*

2° *La valeur de la cotangente de l'angle sur la graduation supérieure de la réglette, en regard de l'index de gauche de la graduation supérieure de la règle.*

(On voit en effet qu'on effectue ainsi le quotient $\frac{1}{\text{tg}\ x}$).

Sinus et tangentes dans le cas des petits angles. — Nous avons dit (N° 206) que le trait ′ de la graduation supérieure de la réglette représente le nombre $N = \frac{1}{\sin 1'}$. On a donc

$$\sin 1' = \frac{1}{N}$$

Par suite pour un angle x exprimé en minutes, et en admettant que les arcs sont proportionnels aux angles et que la valeur des arcs est très sensiblement égale à celles de leurs sinus et de leurs tangentes:

$$\sin x = \text{tg}\ x = \frac{x}{N}$$

En particulier, pour $x = 34'\ 23'', 7$, qui est le plus petit angle dont le sinus et la tangente sont indiqués sur la règle, on doit avoir, en exprimant l'arc en minutes et millièmes de minute:

$$\text{arc}\ 34'23'',7 = \sin 34'23'',7 = \text{tg}\ 34'23'',7 = \frac{34{,}395}{N}$$

Or cette valeur lue sur la règle est 0,01; par suite, on voit que l'on a l'égalité

$$\frac{34{,}395}{0{,}01} = N = 3439{,}5$$

Donc si on donne un angle x inférieur à 34′23″,7, on commence par transformer les secondes et dixièmes de seconde en fraction décimale de minute, puis on effectue l'opération $x \times \frac{1}{3439{,}5}$ en plaçant le trait ′ de la réglette sous l'un des index 1 de la graduation supérieure de la règle, et en lisant sur la réglette le nombre en regard du nombre x de la règle. Prenons l'index central. L'index de droite de la règle représente alors 0,01, l'index central 0,001 et l'index de gauche 0,0001.

Exemples:

Angles	Arcs dans le cercle de rayon 1, sinus et tang. lus sur la règle
1′	0,000292
2′6″ = 2′,1	0,00061
19′	0,00553
27′25″,3 = 27,421	0,00799
34′23″,7 = 34,395	0,01

On effectuerait sans difficultés l'opération inverse: trouver l'angle x connaissant la valeur de l'arc, du sinus ou de la tangente, celle-ci étant donnée inférieure à 0,01.

Angles plus petits que 1′. — L'angle de 1′ vaut 60″ et l'angle de 1″ vaut $\frac{1}{60}$ de minute, c'est-à-dire 0,0166 minute.

Donc:

$$\text{arc } 1'' = \frac{0{,}0166}{3439{,}5} = \frac{1{,}66}{3{,}4395} \times \frac{10^{-2}}{10^{3}} = 0{,}486 \times 10^{-5}$$

$$\text{arc } 1'' = 4{,}86 \times 10^{-6}$$

Cela posé, considérons le nombre

$$\frac{1}{\sin 1''} = \frac{1}{4{,}86} \times 10^{6} = 206000$$

On a: $\text{arc } 1'' = \sin 1'' = \text{tg } 1'' = \frac{1}{206000}$

Le nombre 206000 est indiqué par le trait accompagné de ″. Un angle quelconque x exprimé en secondes a pour arc dans la circonférence de rayon 1, la valeur $x \times \frac{1}{206000}$

Ainsi, pour avoir la valeur de l'arc qui mesure un angle plus petit que 60″, on exprime cet arc en secondes, puis on effectue l'opération ci-dessus en plaçant le trait ″ en face d'un des index de la graduation supérieure de la règle. Pour x = 2″,06, en particulier, on aura:

$$\text{arc } 2'',06 = \frac{2{,}06}{206000} = 1 \times 10^{-5}$$

On pourra placer le trait ″ dans le prolongement de l'index de gauche de la règle. Donnons quelques exemples:

Exemples.

Angles	Arcs sinus et tangentes
0″5	$2{,}43 \times 10^{-6}$
1″	$4{,}86 \times 10^{-6}$
2″	$9{,}72 \times 10^{-6}$
5″	$2{,}43 \times 10^{-5}$
17″	$8{,}25 \times 10^{-5}$
30″	$1{,}46 \times 10^{-4}$
45″	$2{,}18 \times 10^{-4}$
60″	$2{,}92 \times 10^{-4}$

208. OPERATIONS SUR LES LOGARITHMES. — MANNHEIM s'exprime ainsi:

«Le revers de la réglette contient aussi une échelle divisée en parties égales; elle sert à mesurer les longueurs représentant, sur l'échelle inférieure de la règle, les parties décimales des logarithmes des nombres.

«La réglette étant dans sa position ordinaire, amener le trait 1 gauche de la réglette sur le nombre dont on veut avoir le logarithme; lire ce dernier sur l'échelle des parties égales, en regard du trait tracé sur l'entaille de l'extrémité droite de la règle.»

Le nombre dont on cherche le logarithme est pris sur l'échelle inférieure de la règle.

Exemples. — 1° *Quel est le logarithme de* 463?

La partie entière est 2 puisqu'il y a 3 chiffres dans le nombre. La partie décimale lue sur la règle, d'après la méthode ci-dessus. est 666. Donc

$$\log 463 = 2{,}666$$

2° *Quel est le logarithme de* 0,1738?

La partie entière ou «*caractéristique*» est $\bar{1}$. La partie décimale est 24. Donc

$$\log 0{,}1738 = \bar{1}{,}241$$

3° *Quel est le nombre qui a pour logarithme* 0,301? Ce nombre n'a qu'un chiffre significatif. Plaçons le chiffre 3,01 de l'échelle des logarithmes en regard du trait de l'entaille de droite, l'index de gauche de la réglette est alors placé face au nombre cherché qui est 2.

4° *Quel est le nombre qui a pour logarithme* 1,244? Ce nombre a deux chiffres avant la virgule. C'est 17,5.

Machines à calculer

209. PRINCIPE. — Nous allons étudier le fonctionnement des machines à calculer *arithmétiques*, c'est-à-dire permettant d'effectuer les additions, soustractions, multiplications, divisions, et par suite aussi de calculer des carrés, cubes, etc., et d'extraire les racines.

Les organes essentiels d'une machine à calculer sont les *chiffreurs*, les *reporteurs*, les *actionneurs*, *l'entraîneur et l'effaceur*. Nous empruntons ces dénominations à M. MAURICE D'OCAGNE [1].

Un chiffreur consiste en un cylindre ou un disque mobile autour de son axe et sur lequel sont inscrits à des intervalles égaux les chiffres 0, 1, 2 . . . . 9 (fig. 694). Une platine située au-dessus de plusieurs chiffreurs, placés les uns à côté des autres est munie de lucarnes: dans chacune d'elles on peut faire

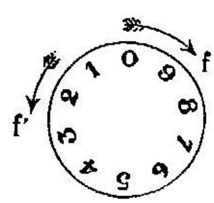

Fig. 694

apparaître l'un des chiffres d'un des disques, soit N par exemple. Si on fait tourner ce chiffreur dans le sens f, inverse de celui de la chiffraison, d'un certain nombre n de fractions de tour égales à l'intervalle compris entre deux de ses chiffres, le nouveau chiffre qui apparaît dans la lucarne correspondante est égal à N + n. Or, un nombre comprend le chiffre des unités, celui des dizaines, celui des centaines, etc., les différents chiffreurs qui se suivent devront correspondre aux ordres décimaux successifs, et, dans les lucarnes, on lira la somme de deux nombres.

Soit à additionner 3523 et 2345: on fait apparaître dans les lucarnes le premier de ces nombres, puis on fait tourner les chiffreurs respectifs à partir de la droite des fractions de tours suivantes: 5, 4, 3, 2; le nombre qui apparaît aux lucarnes, lu à partir de la gauche, se compose donc des chiffres 3 + 2, ,5 + 3, 2 + 4, 3 + 5, c'est-à-dire 5868.

[1]) Vue d'ensemble sur les machines à calculer par Maurice d'Ocagne (Gauthier-Villars et Cie. éditeurs)

Supposons maintenant qu'on ait à faire l'addition 3523 + 2349: pour obtenir le total 5872 il faut tenir compte des retenues et faire apparaître dans la lucarne des dizaines le chiffre 7 au lieu du chiffre 6, trouvé dans l'exemple précédent. A cet effet, il faut avancer d'une unité le chiffreur des dizaines. D'une manière générale, chaque fois qu'un chiffreur dépasse le zéro, le chiffreur suivant (dans l'ordre décimal ascendant) doit avancer *automatiquement* d'une unité par le jeu d'un mécanisme spécial, disposé entre deux chiffreurs consécutifs et désigné sous le nom de *reporteur*.

Le *totalisateur* est l'ensemble des chiffreurs et des reporteurs.

La rotation d'un chiffreur des n fractions de tours nécessaires s'obtient par la manœuvre de son *actionneur*. Ces organes disposés au préalable, pour obtenir exactement les déplacements voulus de leur chiffreur peuvent être mis en action individuellement (et c'est le cas des machines ne faisant que les additions), ou simultanément au moyen d'un dispositif appelé *entraîneur*.

Quand une opération est terminée, on peut ramener les chiffreurs au zéro par la manœuvre de l'*effaceur*.

Additions et soustractions. — Nous venons d'expliquer le schéma d'une machine à calculer fonctionnant pour effectuer des additions. Si, ayant fait apparaître un chiffre N à une lucarne, on tourne le chiffreur de n intervalles entre deux chiffres, mais dans le sens f′ inverse du précédent f adopté pour l'addition, c'est-à-dire dans le sens de la chiffraison, on lit à la lucarne $N-n$.

Ainsi partons de $N = 5$, une rotation de trois fractions de tours amène à la lucarne le chiffre $5 - 3 = 2$.

On en conclut que pour effectuer une soustraction il faut opérer comme pour une addition, mais en faisant tourner le chiffreur dans le même sens que celui correspondant à l'ordre croissant des chiffres de 0 à 9. Dans les machines qui ne sont pas réversibles, c'est-à-dire dans lesquelles on conserve toujours le même sens de rotation, chaque chiffreur comprend deux cercles de chiffres gradués de 0 à 9 en sens inverse l'un de l'autre: l'un sert pour les additions, l'autre pour les soustractions. mais ce dernier se déplace sous une deuxième lucarne, spéciale à cette opération. Lorsqu'on opère une soustraction, les lucarnes de l'addition sont fermées, et réciproquement.

On simplifie ce procédé en ramenant la soustraction à une addition, d'après l'identité :

$$A - B = (A - 10^n) + (10^n - B)$$

en prenant pour 10^n la puissance de 10 immédiatement supérieure au nombre B à retrancher.

Ainsi,

$$10523 - 2351 = (10523 - 10000) + (10000 - 2351)$$
$$= 523 + 7649 = 8172$$

Multiplications et divisions. — La multiplication s'effectue par additions répétées, et la division par soustractions répétées jusqu'à ce que le reste devienne inférieur au diviseur.

Par exemple, pour multiplier 352 par 6, il faut effectuer 5 additions successives, c'est-à-dire faire les manœuvres correspondant à l'inscription 6 fois de suite du nombre 352 à partir des unités. Pour multiplier 352 par 16, il faudra répéter la manœuvre une fois de plus à partir des dizaines, ou bien inscrire 16 fois de suite le nombre 352.

L'opération pourra être simplifiée s'il s'agit d'opérations à effectuer sur des nombres de plusieurs chiffres, en adoptant le dispositif d'*entraîneur* que nous avons mentionné ci-dessus, car pour chaque position relative des chiffres, tous les actionneurs seront manœuvrés en même temps de la quantité voulue.

Nous décrivons plus loin les types les plus courants de machines à calculer, munies d'entraîneurs.

Extraction des racines carrées. — On sait que pour extraire une racine carrée, il faut effectuer une série de soustractions et de divisions successives ; on conçoit donc qu'on puisse opérer de même sur la machine à calculer. Mais il est plus rapide d'employer le procédé, dit *par additions successives*, basé sur les propriétés des progressions arithmétiques.

Nous avons dit en effet (N° 167) que la somme des n premiers nombres impairs est égal au carré n^2 des n premiers nombres entiers. On le voit d'ailleurs en considérant la suite des nombres impairs et la suite des nombres entiers :

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 . . . . etc.
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 . . . . etc.

Ainsi, le carré du nombre 7 de la deuxième suite est égal à la somme des 7 premiers nombres de la première suite :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49.$$

D'une manière générale, le carré du nombre n est égal à la somme des n premiers nombres impairs, c'est-à-dire à la somme des n termes de la première progression arithmétique écrite ci-dessus, laquelle a pour n^e terme le nombre $s = 2n - 1$.

En conséquence, pour trouver la racine du nombre n^2, on retranche de ce nombre la série successive des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9 . . . . etc., jusqu'à ce le reste devienne plus faible que le nombre qui suit: la racine cherchée à une unité près est égale au nombre des soustractions possibles; ou encore à la moitié du dernier nombre soustrait 5 augmenté de 1, car $2n - 1 = s$, donc $n = \frac{s+1}{2}$.

Soit le nombre 51; on effectue successivement :

$$51 - 1 = 50,\quad 50 - 3 = 47,\quad 47 - 5 = 42,$$
$$42 - 7 = 35,\quad 35 - 9 = 26,\quad 26 - 11 = 15,$$
$$15 - 13 = 2.$$

Le nombre des soustractions possibles étant 7, la racine carrée de 51 à unité près est égale à 7 et le reste est égal à 2. La racine carrée est aussi la moitié du nombre 13 + 1, soit

$$\frac{14}{2} = 7.$$

Dans le cas général d'un nombre composé de plusieurs chiffres, on adopte le mode opératoire qui permet de diminuer le nombre des opérations à effectuer.

Différents types de machines à calculer

L'initiateur du calcul mécanique est le grand écrivain et géomètre français Blaise Pascal, qui fit construire à 18 ans, en 1642, une machine arithmétique à additionner: dans ce modèle, des roues placées à l'intérieur de l'appareil peuvent être déplacées de façon à entraîner des cylindres portant les chiffres qui s'inscrivent dans des lucarnes; chaque nombre nouvellement inscrit s'ajoute au précédent et on lit le total dans les lucarnes.

Cette machine ne comporte pas d'entraîneur. La première machine, conçue avec ce dernier mécanisme en vue de faciliter l'exécution des multiplications et des divisions, appartient au savant Leibnitz qui l'a imaginée en 1671 et en a réalisé deux modèles, en 1694 et 1706, mais sans obtenir un fonctionnement pratique, par suite de la complication du mécanisme.

C'est en 1820, que la première machine à calculer, dite *Arithmomètre,* véritablement pratique, fut inventée par le financier alsacien Thomas de Colmar. Cette machine fut construite et perfectionnée par les soins de l'ingénieur français L. Payen.

Leibnitz et Thomas emploient comme dispositif d'entraîneur un *tambour à neuf dents d'inégale longueur.* Un autre procédé utilisant une *roue à nombre variable de dents* a été conçu pour la première fois en 1709 par Poleni, mais c'est l'inventeur russe Odhner qui créa en 1875 la première machine de ce deuxième genre, construite actuellement en France sous le nom de *Dactyle* (voir ci-après).

210. MACHINES GENRE «THOMAS» (avec **tambour à dents d'inégale longueur).** — **Arithmomètre Payen** (fig. 696). Dans la machine Thomas, l'organe essentiel est un *tambour* à 9 dents d'inégale longueur croissant en progression arithmétique (fig. 695), qui en-

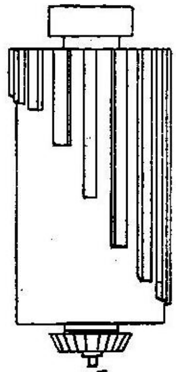

Fig. 695

grène avec une roue solidaire de l'axe de chaque chiffreur; le tambour est denté sur la moitié seulement de son pourtour, la première dent occupe toute la longueur, la seconde les $\frac{8}{9}$, la troisième les $\frac{7}{9}$, et ainsi de suite, la 9ᵉ occupant $\frac{1}{9}$ de la longueur. Si la roue vient se placer sur le premier neuvième de la longueur du tambour, elle ne peut être rencontrée que par la plus longue dent lorsque le tambour fera un tour, elle ne tournera donc elle-même que d'une dent, et par suite le chiffreur correspondant ne tournera que d'un dixième de tour. Si la roue se place sur le second neuvième, elle sera rencontrée par les deux plus longues dents du tambour lorsqu'il effectuera un tour, et par suite le chiffreur actionné par la roue tournera de $\frac{2}{10}$ de tour; et ainsi de suite.

La mise en prise au point voulu de la roue dentée et du tambour s'obtient par le déplacement de cette roue qui peut glisser le long d'un arbre à section carrée par la manœuvre d'un bouton A à index solidaire de la roue et mobile dans une rainure le long de laquelle sont inscrits les chiffres 0, 1, . . 9 (fig. 696). Pour placer la roue dans la position où elle sera rencontrée par n dents du tambour, on arrête le bouton en face du chiffre n inscrit sur le bord de la rainure.

Une manivelle actionne un arbre de couche qui communique son mouvement de rotation en même temps à toutes les roues, lesquelles effectuent un tour complet par tour de manivelle, et déplacent leur chiffreur respectif du nombre de fractions de tours prévu.

Les chiffreurs sont des disques qui reçoivent leur mouvement des tambours à 9 dents par engrenages coniques; tous les disques sont dans un même plan; les lucarnes sont disposées sur une même ligne droite horizontale.

Dans l'arithmomètre Payen qui dérive de la machine Thomas, les opérations s'effectuent comme il suit :

Multiplication. Pour effectuer une multiplication, on inscrit les chiffres du multiplicande à l'aide des boutons A. A chaque rotation de l'ensemble des tambours, les chiffreurs tournent respectivement du nombre de fractions de tours égal à celui du chiffre inscrit par les boutons. Si donc, l'opérateur donne un tour de manivelle, les chiffreurs tournent de façon à faire apparaître le multiplicande dans les lucarnes C. Un deuxième tour de manivelle donne l'addition du nombre par lui-même, c'est-à-dire son produit par 2. En donnant trois tours de manivelle, on multiplie le nombre par 3, et ainsi de suite.

Si le multiplicateur se compose de plusieurs chiffres, on multiplie d'abord le nombre donné par le chiffre des unités, puis par le chiffre des dizaines, des centaines, etc.,. . en déplaçant à la main l'ensemble des disques vers la droite d'un rang, de deux rangs, etc.. . égal à l'intervalle de deux chiffreurs. A cet effet, le totalisateur à disques est fixé à une platine mobile P, qu'on soulève et qu'on fait glisser à l'aide de la manette H.

Ainsi, pour effectuer le produit d'un nombre par 532, il faudrait donner 532 tours de manivelle si le totalisateur à disques restait fixe, tandis qu'avec la platine mobile, on n'effectue que $2 + 3 + 5 = 10$ tours de manivelle.

Sur la platine mobile se trouve une série de lucarnes D plus petites que celles où se lit le résultat, et où se trouve enregistré par un compteur spécial, et pour chaque ordre décimal, le nombre de tours de manivelle exécuté: à la fin de l'opération, on lit le multiplicateur dans les lucarnes D, ce qui sert de contrôle.

Pour tenir compte des retenues, le mécanisme de *reporteur* agit pendant la période correspondant au passage de la partie non dentée des tambours à 9 dents, et à laquelle on donne un léger décalage d'un tambour au suivant, afin de réaliser le report des retenues dit «en feu de file».

Chaque fois que l'un des chiffreurs ayant fait apparaître à sa lucarne le chiffre 9 tourne et amène 0, il fait agir un doigt qui se meut sous l'action d'un ressort et s'interpose entre deux dents du pignon d'angle qui fait tourner le disque voisin à gauche de $\frac{1}{10}$ de tour supplémentaire. S'il y a plusieurs 9 consécutifs aux lucarnes, la retenue se reporte d'une manière *successive* d'un ordre d'unités aux ordres supérieurs, de sorte que le mécanisme n'offre jamais de grande résistance et fonctionne toujours avec douceur.

Division. — La division s'exécute par une série de soustractions répétés. A cet effet, on renverse le sens de rotation des chiffreurs en manœuvrant le bouton B qui met en prise avec les roues qui entraînent les chiffreurs un autre pignon d'angle de sens contraire à celui ayant servi pour l'addition.

On inscrit le dividende à la place du multiplicande au moyen des boutons A, il apparaît aux lucarnes C après un tour de manivelle. On retranche ensuite le diviseur autant de fois qu'il est possible: le reste apparaît en C, là où était apparu le dividende; quant au quotient, on le lit dans les lucarnes D où se trouve enregistré le nombre de tours de manivelle.

Remarques. — Pour terminer, signalons que dans la machine Thomas les organes en rotation ne peuvent dépasser par la vitesse acquise la position où ils doivent s'arrêter, car ils sont alors immobilisées par la pression d'une pièce rigide (croix de Malte). Ajoutons qu'il est inutile de compter les tours de manivelle, car celle-ci rencontre un arrêt quand elle a effectué le nombre de tours voulu.

Enfin, la machine Thomas est complétée par un *effaceur* constituée par une crémaillère qui peut engréner avec des pignons à 9 dents correspondant aux chiffres de 1 à 9, la dent manquant au droit du zéro, et concentriques aux disques chiffreurs. L'engrènement se fait quand la platine est légèrement soulevée. Si on tire la crémaillère, les disques tournent jusqu'au zéro.

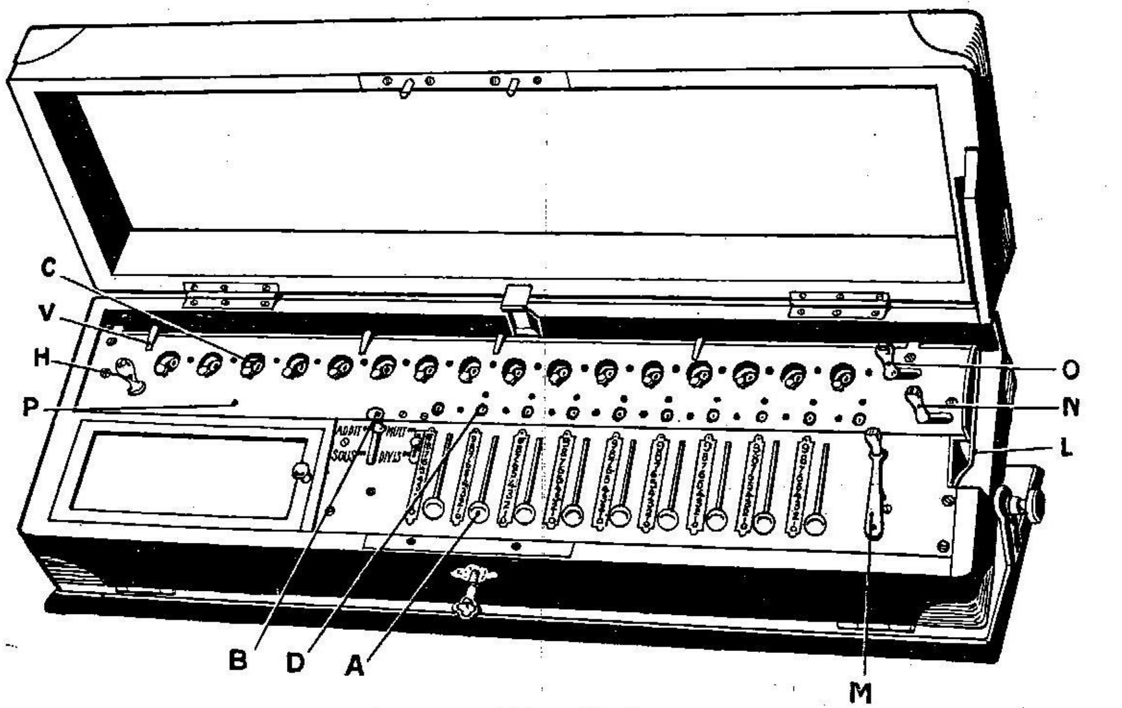

Fig. 696 — Arithmomètre Payen

A Boutons glissant dans les coulisses pour marquer les chiffres que l'on veut soumettre à l'opération;
B Bouton indiquant l'opération que l'on veut faire;
C Lucarnes où se trouvent les résultats de l'opération;
D Lucarnes indiquant le multiplicateur et le quotient;
H Manette fixe de gauche servant à lever et faire glisser la platine mobile P
L Levier pour remettre simultanément les lucarnes C et D à zéro;
M Manivelle pour donner le mouvement de la machine;
NO Manettes de droite pour remettre les chiffres des lucarnes C et D à zéro;
P Platine mobile qui porte les cadrans;
V Virgules servant d'indicateur pour le point décimal

Machine Madas. — Cette machine, de construction suisse, est du genre Thomas, mais elle comporte un perfectionnement spécialement prévu pour effectuer les divisions. Dans l'arithmomètre ordinaire, il est nécessaire que l'opérateur prête une attention soutenue lorsqu'il fait une division. En effet dans la succession des soustractions, l'opération doit être arrêtée quand le nombre restant qui apparaît est inférieur au diviseur à soustraire. Si on donne un tour de manivelle en trop, une série de 9 apparaît à la gauche du nombre inscrit dans les lucarnes. Il faut alors annuler l'opération en disposant la machine pour faire une addition et donnant un tour de manivelle. On déplace ensuite la platine vers la gauche et on peut alors effectuer de nouvelles soustractions, puisqu'on opère sur un chiffre à soustraire 10 ou 100 fois moins fort par rapport au total dont il doit être retranché.

Le dispositif adopté par M. Egli dans sa machine Madas est tel que les divisions puissent se faire *automatiquement* sans exiger aucune attention de la part de l'opérateur, qui tourne alors la manivelle sans interruption jusqu'à ce qu'une sonnerie tinte pour avertir que l'opération est terminée. Lorsqu'après une soustraction la série des 9 apparaît à la gauche dans les lucarnes, le sens de rotation des chiffreurs est renversé automatiquement au tour suivant de manivelle, puis la platine se trouve déplacée d'un rang vers la gauche. Un nouveau tour de manivelle effectue une nouvelle soustraction; et ainsi de suite jusqu'à ce que la platine soit arrivée au bout de sa course vers la gauche.

Calculatrice Fournier (fig. 697). — La machine à calculer de l'inventeur français M. Fournier comporte des perfectionnements ingénieux de la machine Thomas. L'invention déroule de cette observation que la moyenne

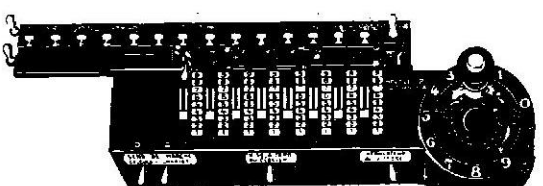

Fig. 697
Calculatrice Fournier

des valeurs des chiffres qui entrent dans la composition des nombres est égale à 4,5. Or, une manivelle qui multiplierait par 9 au moyen d'un seul tour travaillera sur $\frac{1}{9}$ de tour lorsqu'elle multipliera par 1, sur $\frac{2}{9}$ de tour lorsqu'elle multipliera par 2, etc., et elle tournera à vide pendant $\frac{8}{9}$ de tour dans le premier cas et pendant $\frac{7}{9}$ de tour dans le second, etc... Donc puisque la moyenne des chiffres a pour valeur 4,5, lorsqu'on aura effectué 100 rotations complètes, on aura fait 100 demi-rotations à vide. Le mérite de l'invention consiste en ce fait que, pendant les rotations à vide, la main tend un ressort qui se détend au cours des demi-rotations en travail, pendant lesquelles la rotation commencée se termine sans qu'il y ait aucun effort à faire.

La manivelle multiplicatrice est telle que chaque $\frac{1}{9}$ de tour fasse exécuter un tour complet aux tambours de l'entraîneur. Si donc, on doit multiplier un nombre par 513, on fait tourner la manivelle de $\frac{5}{9}$ de tour, puis de $\frac{1}{9}$, puis de $\frac{3}{9}$, en considérant successivement le produit du multiplicande par les chiffres des différents ordres décimaux du multiplicateur.

L'inscription des chiffres est facilitée par un clavier dont les dimensions d'encombrement sont réduites au minimum; il est en effet composé de rangées de 9 touches très rapprochées dont les surfaces chevauchent même l'une sur l'autre, sans que la manœuvre présente de difficultés; car si on veut appuyer par exemple sur la touche 5, on peut toucher en même temps les touches immédiatement au-dessous (de 1 à 4) sans le moindre inconvénient, ces touches s'entraînant l'une l'autre.

211. MACHINES GENRE «ODHNER» (avec roue à nombre variable de dents). — Nous avons dit que dans les machines à calculer du genre Odhner, l'entraîneur est constitué non plus par un tambour à 9 dents d'inégale longueur, mais par une roue sur la périphérie de laquelle on fait saillir un nombre variable de dents représentant le nombre des unités de chaque chiffre du multiplicateur.

En principe, une série de roues à nombre variable de dents sont placées sur un axe horizontal commun; les dents font saillie ou s'effacent par la rotation d'excentriques entraînés par des tiges qui se déplacent sur un arc de cercle et au moyen desquelles les roues successives sont préparées pour présenter en saillie le nombre de dents voulu égal au chiffre à inscrire. Lorsqu'on donne un tour complet de la manivelle à axe horizontal, les roues de l'entraîneur viennent en prise avec les roues qui actionnent les chiffreurs. Les reports des retenues s'effectuent successivement pendant une partie de la rotation de l'entraîneur.

Les chiffreurs sont montés sur un arbre commun solidaire d'un bâti qui peut être déplacé horizontalement.

Machine Dactyle. — On rencontre les dispositifs des machines Odhner dans le type moderne appelé «Dactyle» (fig. 698) qui exécute les 4 opérations et l'extraction des racines carrées ou cubiques. Un des modèles permet la multiplication et la division de plusieurs nombres différents par un même nombre.

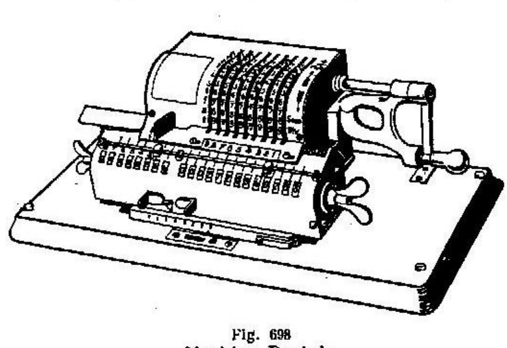

Fig. 698
Machine Dactyle

Machine Monroe (fig. 699 a et b). — Le principe de l'invention d'ODHNER est réalisé dans cette machine de la façon suivante: les roues de l'entraîneur sont accouplées par deux de part et d'autre des roues actionnant les chiffreurs; l'une porte perpendiculairement à

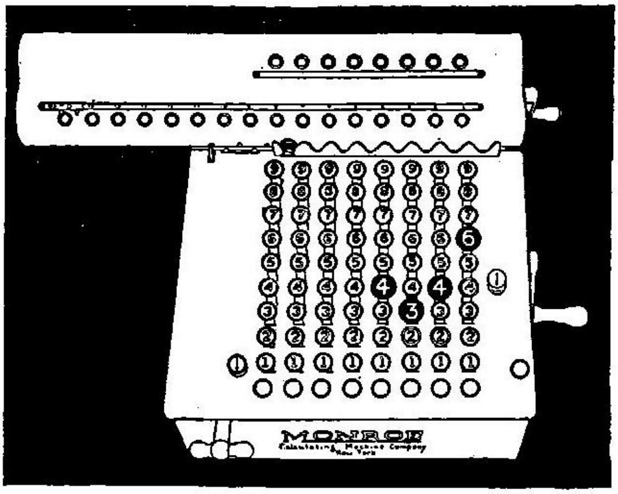

Fig. 699 a

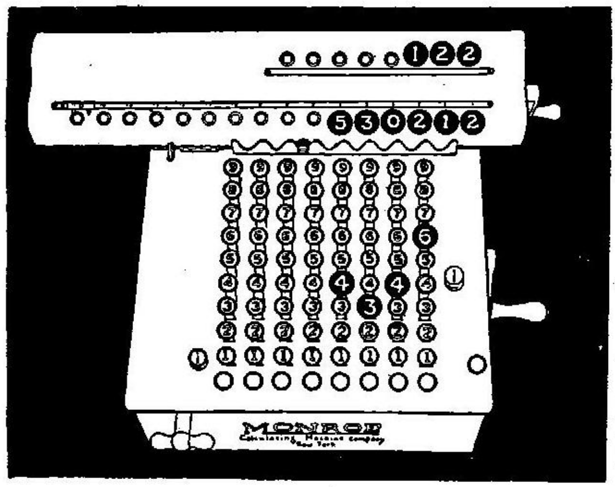

Fig. 699 b

sa surface 4 dents formées de tiges de longueur croissante, l'autre porte 4 tiges égales placées sur la face en regard de la première. Ces deux roues peuvent glisser sur leur axe horizontal commun de façon à prendre différentes positions par rapport à la roue du chiffreur qui se trouve entre elles; quand elles feront un tour complet, le chiffre voulu apparaîtra dans la lucarne du chiffreur correspondant.

Les roues de l'entraîneur sont actionnées par la manœuvre de touches; il y a une rangée de 9 touches pour chaque ordre décimal. Le chariot qui porte les chiffreurs se déplace au moyen d'une tige terminée par une poignée située en avant de la machine.

Les figures 699 a et b permettent de se rendre compte de la façon dont on effectue une multiplication sur cette machine. Nous empruntons l'exemple suivant au «Livre d'instructions de la machine à calculer Monroe».

Soit à multiplier 4346 par 122; on trouve

$$4346 \times 122 = 530.122$$

On inscrit 4346 comme le montre la fig. 699 a. On fait exécuter à la manivelle deux tours en avant, en s'arrêtant à la position supérieure et sans dépasser ce point d'arrêt. Avec le levier de déplacement du chariot, on déplace celui-ci d'un cran à droite et on fait deux nouvelles révolutions. On déplace de nouveau le chariot et on fait une révolution; le clavier et les lucarnes sont alors dans la situation indiquée sur la figure 699 b. Là où se lit le produit 530.212, se sont inscrits tout d'abord successivement les nombres 8692 et 95.612.

212. MACHINES A CALCULER A TOUCHES. — Leur principe est dû à l'Américain M. FELT, qui en 1887 prit un brevet pour un *comptometer*, et en 1888 eut l'idée des machines imprimantes des résultats obtenus.

Comptometer Felt et Tarrant (fig. 700). — Cet appareil comporte extérieurement un clavier se composant de colonnes de 9 touches de chiffres. Lorsqu'on enfonce une touche, celle-ci agit au point voulu sur un levier portant un secteur denté; puis la touche se relève et le levier en revenant à sa position engrène avec la roue d'un chiffreur et la fait tourner d'un certain angle proportionnel au chiffre à enregistrer.

Les touches peuvent être frappées une à une, mais il y a intérêt à les mouvoir simultanément, afin d'obtenir une grande rapidité de manœuvre. Ainsi, on peut *plaquer* d'un seul coup, par la pression simultanée de plusieurs doigts, le nombre à introduire dans une

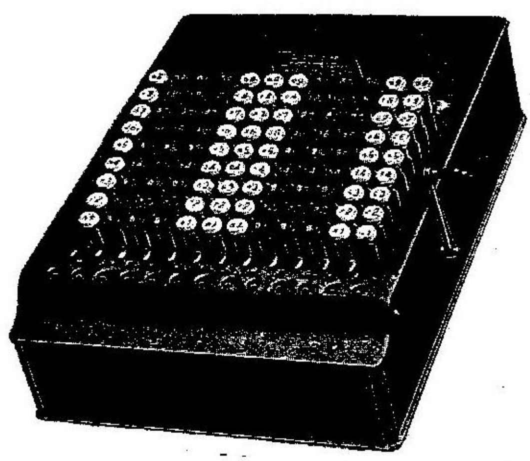

Fig. 700
Comptometer Felt et Tarrant

somme. Un opérateur entraîné arrive à jouer sur son clavier avec une extrême rapidité comme un pianiste plaquant des accords.

Un nombre étant inscrit dans les lucarnes, si on plaque un autre nombre sur le clavier, le total des deux apparaît. Si les lucarnes sont au zéro et si on plaque 6 fois par exemple un même nombre au moyen des touches, le nombre se trouve multiplié par 6; après avoir effectué une telle opération, si on déplace les doigts d'une colonne vers la gauche pour frapper les touches 4 fois, le nombre initial se trouve multiplié par 46. On comprend ainsi comment on se sert de cette machine qui ne comporte pas de chariot, lorsqu'on veut effectuer des multiplications.

Les soustractions se font par addition des nombres complémentaires, ainsi que nous l'avons expliqué plus haut. Les divisions s'opèrent par soustractions successives.

Ces machines à calculer à touches font donc l'addition directement, tout en permettant d'effectuer des multiplications et des divisions aussi rapidement qu'avec des machines comportant un chariot, du moins avec un opérateur exercé. Elles sont pour la plupart imprimantes et peuvent être mues électriquement: telles sont les machines américaines «*Burroughs*».

La machine «*Barrett*», de construction américaine, est du genre des machines à touches, mais comporte un chariot mobile comme dans les genres Thomas et Dactyle; elle permet de réaliser une division suivie de la multiplication du quotient obtenu par un nombre donné que l'on inscrit au moyen de touches placées à la gauche de la machine. La machine imprime sur un rouleau de papier les résultats des opérations.

On a combiné des machines à écrire avec des machines à touches opérant par additions, dans ce qu'on appelle les *machines à écrire comptables*.

Les *caisses enregistreuses* (fig. 701) bien connues, dont l'emploi est très répandu dans les

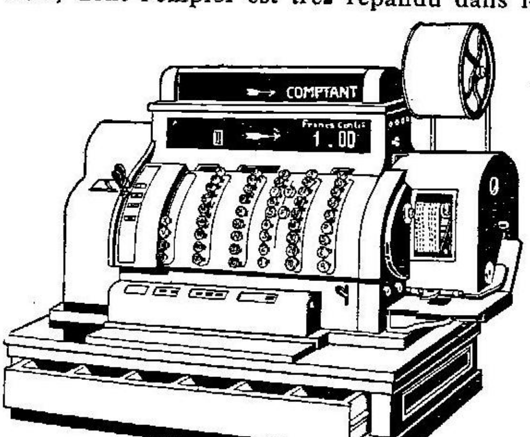

Fig. 701
Caisse enregistreuse comptable

magasins, impriment et additionnent les sommes inscrites. Il en existe des modèles variés. Sur la dernière rangée de touches, des lettres conventionnelles portent les initiales de vendeurs, de rayons, etc.

213. MACHINES GENRE «BOLLEE». — Les machines à calculer précédentes opèrent par additions ou soustractions répétées. On a combiné d'autres types faisant usage de la table de Pythagore. C'est au Français Léon Bollée — qui s'est illustré, comme on sait, dans le développement de l'industrie automobile et de l'aviation — que l'on doit l'invention de la première machine à multiplication directe qu'il présenta à l'Exposition Universelle de 1889.

Dans cet appareil, la table de Pythagore est réalisée matériellement sous forme de brosses dont les piquants ont des longueurs proportionnelles aux chiffres. Les chiffreurs sont actionnés par des crémaillères dont les déplacements sont commandés par ces piquants que l'on amène dans le prolongement des crémaillères. Chaque brosse comprend 9 lignes et 9 colonnes, et, à l'intersection d'une ligne et d'une colonne, le produit est représenté par deux tiges de longueurs convenables: le produit de 3×9 par exemple, soit 27 est représenté par deux tiges juxtaposées dont les longueurs sont proportionnelles à 2 fois et à 7 fois le pas des crémaillères. Les crémaillères sous lesquelles seront placées ces tiges, seront soulevées, l'une de 2, l'autre de 7 pas, et les chiffreurs consécutifs qu'elles commandent tourneront respectivement de 2 et de 6 unités.

Si donc un chariot mobile entraîne les brosses calculatrices, quand celles-ci sont à l'emplacement convenable, un seul tour de la manivelle placée sur le côté de la machine donne le produit partiel du multiplicande par le chiffre correspondant du multiplicateur.

La ligne voulue de chaque brosse est amenée dans le plan des crémaillères au moyen de boutons mobiles dans des rainures où sont marqués les chiffres du multiplicande, comme dans l'arithmomètre. La colonne voulue de cette même brosse est amenée sous les crémaillères au moyen d'une manette qui marque sur un cadran le chiffre correspondant du multiplicateur. En donnant un seul tour de manivelle, on obtient le produit partiel du multiplicande par ce chiffre.

Ainsi, pour multiplier un nombre par 253, par exemple, il suffit de faire trois tours de manivelle (égal au nombre des chiffres du nombre 253) au lieu de faire $2 + 5 + 3 = 10$ tours (égal à la somme des chiffres du multiplicateur 253).

Pour effectuer une simple addition, on place la manette sur le chiffre 1 du cadran. Les soustractions et les divisions s'obtiennent en inversant le sens de marche.

Dans la machine moderne, dite «*Millionnaire*», de la maison suisse Egli, les chiffres sont inscrits à l'aide de touches; l'idée de Bollée y est appliquée d'une façon nouvelle imaginée par O. Steiger en 1892; les brosses sont remplacées par des disques entaillés dans dix secteurs successifs à des profondeurs différentes indiquant en dixièmes du rayon les chiffres des unités et des dizaines des produits d'un nombre inférieur à 10 par les chiffres de 0 à 9. On obtient ainsi une machine dont l'encombrement est plus faible.

La manivelle de la «Millionnaire» est à axe vertical; elle peut être actionnée à la main ou par moteur électrique.

214. ARITHMOMETRE ELECTRO-MECANIQUE «TORRES». — Il est intéressant de signaler qu'un savant espagnol M. Torres-Quevedo — inventeur du type de ballon dirigeable «Astra-Torres» — a conçu une machine à calculer complètement automatique: cette machine est combinée avec une machine à écrire, sur laquelle il suffit d'inscrire l'opération à faire avec son signe (+, —, ×, :) pour que la machine l'exécute elle-même immédiatement et en imprime le résultat.

M. Torrès a donné lui-même la description de cet appareil dans la communication qu'il a faite en séance publique le 26 juin 1920, à la suite de l'exposition de machines à calculer qui s'est tenue à Paris du 5 au 13 juin 1920, dans l'hôtel de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale, 44, rue de Rennes, exposition organisée pour commémorer le centenaire de l'invention par Thomas de Colmar de la première machine à calculer industrielle. (1)

M. Torrès a construit son arithmomètre dans le même but qu'il avait construit en 1914 le joueur d'échecs automatique, pour démontrer expérimentalement qu'«il est toujours possible de construire un automate, dont tous les actes dépendront de certaines circonstances plus ou moins nombreuses, et qui obéisse à des règles qu'on peut lui imposer arbitrairement au moment de sa construction».

Il est permis d'espérer que des machines à calculer, basées sur des principes analogues à ceux de l'arithmomètre électromécanique, seront un jour mis en vente et gagneront rapidement la faveur de toutes les branches du commerce et de l'industrie.

(1) Voir le Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale. — Tome 132, N° 5, Septembre-Octobre 1920.

215. MACHINES ARITHMOLOGIQUES. MACHINES ALGEBRIQUES. — Nous croyons intéressant de signaler que le calcul mécanique s'applique à la résolution de certaines questions, telle que *la résolution en nombres entiers des équations indéterminées à 2 variables*, opération qui exigerait des calculs numériques des plus laborieux et par tâtonnements.

M. Gerardin a été l'initiateur de ce genre de machines dont M. le Commandant Carissan a présenté un modèle de son invention à l'Exposition du centenaire de l'arithmomètre Thomas (voir le B. S. E. n° 5 de 1920, p. 600). Cette machine a permis de trouver en cinq minutes les nombres entiers x et y (pour $x < 10.000$) tels que l'on ait $x^2 - 13\,y^2 = 1$. (Les résultats sont $x = 649$, $y = 180$).

Enfin, nous terminons cette brève étude en disant que le calcul mécanique peut être appliqué aussi à l'algèbre: l'idée en revient à M. Torrès-Quevedo qui a donné une théorie générale de cette question dans son mémoire présenté à notre Académie des Sciences en 1901, et a donné le moyen de construire mécaniquement des machines à résoudre les équations.

Dans ces machines, on fait correspondre aux nombres entrant dans les calculs des points marqués sur des échelles graduées, liées entre elles mécaniquement de façon que les chiffres lus à un même moment sur les différentes échelles satisfassent à une relation analytique donnée.